

УДК 621.83

Субич В. Н.  
Куминова Н. И.**ПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В ТОНКОМ ДВУХСВЯЗНОМ КОНИЧЕСКОМ СЛОЕ  
ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ ВРАЩАЮЩИМСЯ  
ИНСТРУМЕНТОМ**

Исследования процесса осесимметричного пластического течения между параллельными плоскими плитами при приложении комбинированной нагрузки [1] показали, что сравнительно с традиционной штамповкой, среднее давление на штамп может быть уменьшено в несколько раз. Особенно заметно снижаются нагрузки в центре плиты, причем, чем больше отношение диаметра поковки к высоте, тем существеннее проявляется указанный эффект. Номенклатура ж объемы производства круглых в плане плоских (или близких к ним) поволоков для которых целесообразно применение метода осадки и выдавливания с кручением, достаточно велики, однако они могут быть существенно расширены за счет применения рассматриваемого метода для штамповки тонкостенных тел вращения. Распространение метода комбинированного нагружения на указанный класс поволоков даст положительный эффект, поскольку нагрузки, действующие на штамп при штамповке тонкостенных осесимметричных оболочек, как правило, значительно больше, чем аналогичных по массе и размерам плоских поволоков. Применение традиционных методов объемной штамповки в данном случае весьма ограничено, так как деформации инструмента могут быть сравнимы с толщиной стенки изделия [2], а значительные по величине растягивающие напряжения, возникающие в материале штампа, приводят к его хрупкому разрушению. Особый интерес рассматриваемый способ штамповки представляет для получения тонкостенных оболочек переменной толщины, когда применение методов листовой штамповки оказывается затруднительным.

В ряде технологических решений уменьшение необходимой технологической силы достигается путем обеспечения двухстороннего течения материала [3]. В этом случае сила деформации может быть снижена в 2–3 раза по сравнению с традиционной технологией. Сочетание двухстороннего течения с комбинированным нагружением создает дополнительные возможности снижения сил деформации и нагрузок на инструмент.

Целью работы является анализ напряженно-деформированного состояния в тонком слое, ограниченном коническими поверхностями, при штамповке вращающимся инструментом и постановка частных задач, которые решены в статье.

Рассмотрим пластическое течение в тонком коническом слое переменной толщины (рис. 1). Слой ограничен наружным  $R$  и внутренним  $R_1$  радиусами, и сжимается коническим пуансоном, перемещающимся с линейной скоростью  $v_0$  и вращающимся с угловой скоростью  $\omega_0$ .

Введем координатную систему на поверхности  $\xi, \eta, \nu$ , тогда изменение толщины слоя, измеряемой в направлении нормали к внутренней поверхности, определяется уравнением:

$$h(\xi) = \frac{h_2 - h_1}{\xi_2} \xi + h_1.$$

Введем новую переменную  $\rho = 1 - \frac{\xi}{L}$ , где  $L$  – длина образующей внутреннего конуса.

Тогда:

$$h(\rho) = h_1 - \frac{h_1 - h_2}{1 - \rho_2} (1 - \rho), \quad (1)$$

где  $\rho_2$  – относительный радиус меньшего основания конуса.

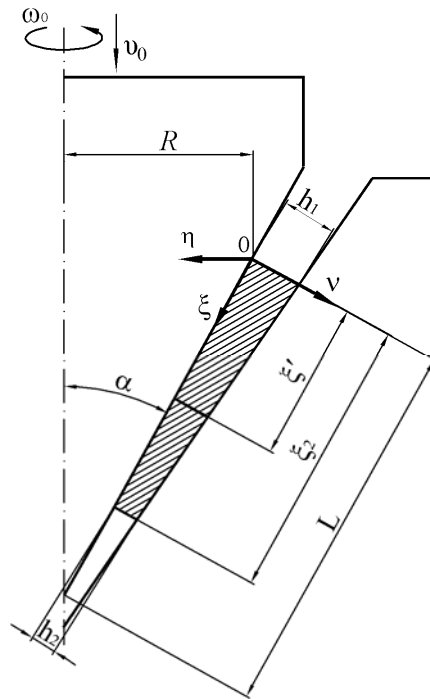


Рис. 1. Расчетная схема:

$\xi'$  – координата линии разветвления пластического течения;  $\xi_2$  – координата нижнего основания конуса заготовки

Слева и справа от линии  $\xi'$ , положение которой подлежит определению, радиальная скорость точек слоя  $u$  имеет противоположное направление. Полагая, что скорости  $u$  в направлении нормали к линии  $\xi$  постоянны, из условия сохранения расхода пластической массы [4]:

$$\int_0^{o_0} \int_0^{v_n} \sqrt{g} \, do \, dn = u \int_0^h \sqrt{g_{33}} \, dn,$$

где  $g_{\eta\eta}$  и  $g$  – компонента и якобиан метрического тензора, найдем скорость  $u$ , которая в новых переменных будет иметь вид:

$$u = x_0 \frac{R}{h(c)} \frac{c^2 - c'^2}{\frac{h \cos \delta}{R} + 2c}, \tag{2}$$

где  $R$  – радиус большего основания внутреннего конуса;  $2\alpha$  – угол внутреннего конуса.

Если считать, что  $\frac{h \cos \delta}{R} \approx 0$ , то уравнение (2) упрощается:

$$u = x_0 \frac{R}{2h(c)} \frac{c^2 - c'^2}{c}. \tag{3}$$

Кинематическое уравнение, определяющее угловую скорость контактных точек слоя относительно угловой скорости инструмента [2] в предположении, что изменение толщины вдоль образующей не слишком велико, т. е.:

$$\frac{\partial h}{\partial o} = \frac{[(h_1 - h_2) \sin \delta]}{R(1 - c_2)} \ll 1 \text{ и } \mu \tilde{\sigma}_v \geq \sqrt{3},$$

где  $\mu$  – коэффициент трения;  $\tilde{\sigma}_v = \frac{\sigma_v}{\sigma_s}$  – нормальное напряжение в направлении  $v$ ;  $\sigma_s$  – напряжение текучести на растяжение, запишется в следующем виде:

$$a'_\rho{}^2 = \frac{4 \sin^2 \alpha}{q^2 h^2(\rho)} \left[ \frac{4a^2}{3(1-a^2)} \frac{(u - v_0 \cos \alpha)^2}{v_0 \rho^2 \sin^2 \alpha} - \frac{1}{\rho^2} \right], \quad (4)$$

где  $a'_c{}^2$  – производная от относительной угловой скорости контактных точек слоя по координате  $\rho$ ;  $a = \frac{u_k}{u}$  – относительная угловая скорость и введено обозначение  $q = \frac{uR}{\sqrt{3}x_0}$ .

Подставляя величину скорости из уравнения (3) в (4), получим:

$$a'_c{}^2 = \frac{4 \sin^2 \bar{\sigma}}{q^2 h^2(c)} \left[ \frac{4a^2}{3(1-a^2)} \frac{\left( \frac{R}{2h(c)} \frac{c'^2 - c^2}{c} - \cos \bar{\sigma} \right)^2}{c^2 \sin^2 \bar{\sigma}} - \frac{1}{c^2} \right]. \quad (5)$$

Приближенное решение уравнения (5) получим, используя метод, изложенный в [4]:

$$a(c) = \frac{c \sin \bar{\sigma}}{\frac{R}{\sqrt{3}h(c)} \left( (c'^2 - c^2) + c \left( \sin \bar{\sigma} - \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \bar{\sigma} \right) \right)}. \quad (6)$$

Положим, что на контактной поверхности модуль вектора касательного напряжения имеет предельную величину:

$$\Gamma = \tau_s.$$

В этом случае соотношения для определения касательных напряжений будут иметь вид:

$$\phi_{3n} = \phi_3 \frac{a \cdot q(1-l)}{\sqrt{1+a^2 \cdot q^2(1-l)^2}}; \quad \tau_{\xi v} = \sqrt{\tau_s^2 - \tau_{\eta v}^2} \frac{2v - h(\xi)}{h(\xi)}, \quad (7)$$

где обозначено  $\lambda = \frac{\xi}{L}$ .

В уравнении (7) предполагается, что касательные напряжения  $\tau_{\xi v}$  распределяются по толщине линейно.

Следовательно:

$$\tau_{\xi v} = \tau_s \frac{1}{\sqrt{1+a^2 \cdot q^2(1-\lambda)^2}} \frac{2v - h(\xi)}{h(\xi)}. \quad (8)$$

Уравнение равновесия для рассматриваемого случая имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_\xi}{\partial \xi} + \sqrt{g_{\xi\xi}} \frac{\partial \tau_{\xi v}}{\partial v} + \sqrt{g_{\xi\xi}} (k_1 + k_2) \tau_{\xi v} = 0, \quad (9)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – главные кривизны;  $g_{\xi\xi}$  – компонента метрического тензора. Так как слой имеет прямолинейные образующие, то:

$$\sqrt{g_{\xi\xi}} = 1; k_1 = 0; k_2 = \frac{\cos \alpha}{R_{\eta}}.$$

Ограничимся определением давления на контактных поверхностях, нормальное напряжение  $\sigma'_v$  определяется из условия текучести:

$$\sigma_{\xi} - \sigma_v = -\sqrt{\sigma_s^2 - 3(\tau_{\xi v}^2 + \tau_{\eta v}^2)}.$$

На внутренней контактной поверхности  $\tau_{\xi v}^2 + \tau_{\eta v}^2 = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$ . Отсюда следует, что на той же поверхности  $\tilde{\sigma}_{\xi} = \tilde{\sigma}_v$ .

С учетом равенства:

$$\frac{\partial}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial o} = -\frac{R}{\sin \bar{\sigma}} \frac{\partial}{\partial c},$$

уравнение равновесия запишется в виде:

$$\frac{d\tilde{y}_H}{dc} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2 \cdot q^2 c^2}} \left( \frac{2R}{\sqrt{3} h(c) \sin \bar{\sigma}} + \frac{ctg \bar{\sigma}}{\sqrt{3} c} \right). \quad (10)$$

Так как линия разветвления течения совпадает с ребром эпюры давления, то для определения ее координаты, аналогично задаче течения в конусе постоянной толщины [3] имеем интегральное уравнение:

$$\int_c^1 \frac{\partial \tilde{y}_H}{\partial c} dc + C_1 = \int_{c_2}^c \frac{\partial \tilde{y}_H}{\partial c} dc + C_2. \quad (11)$$

Давления  $C_1$  и  $C_2$  на контурах  $\rho = 1$  и  $\rho = \rho_2$  определяются по методике [2]:

$$C_1 = \frac{P}{4\sqrt{1+a_1^2 q^2}}; C_2 = \frac{3p}{4\sqrt{1+a_2^2 q^2}}.$$

Относительные угловые скорости точек контактной поверхности  $a_1$  и  $a_2$  определяются из уравнения (6) соответственно при  $\rho = 1$  и  $\rho = \rho_2$ . Уравнение равновесия (10) не может быть решено непосредственно, так как координата разветвления течения неизвестна. Поэтому напряжения и скорости определяются в два этапа. На первом этапе из равенства (9) находится положение поверхности разветвления течения; на втором этапе при известной величине  $\rho'$  интегрируется уравнения (11) в пределах  $\rho' \leq \rho \leq 1$  и  $\rho_2 \leq \rho \leq \rho'$ .

На рис. 2 показана зависимость координаты  $\rho'$  от параметров  $h_1, h_2, q$  и  $\alpha$  для некоторых частных случаев. Изменение давления на контактной поверхности для частных случаев показано на рис. 3.

Необходимо отметить, что решения уравнений (9) и (11) не могут быть представлены в конечной форме, поскольку вид функций  $\tilde{y}_H(q, c, h, \bar{\sigma})$  и  $c'(q, h, \bar{\sigma})$  зависят от пути нагружения, т. е. конкретного вида функции  $x = x(t)$  и  $\omega = \omega(t)$ .

Если координата поверхности разветвления течения известна, то из уравнений (3) и (6) определяются скорости  $u$  и  $\omega$ . Это дает возможность построить линии тока и траектории движения точек слоя и, таким образом определить накопленную деформацию в точках деформируемого тела.

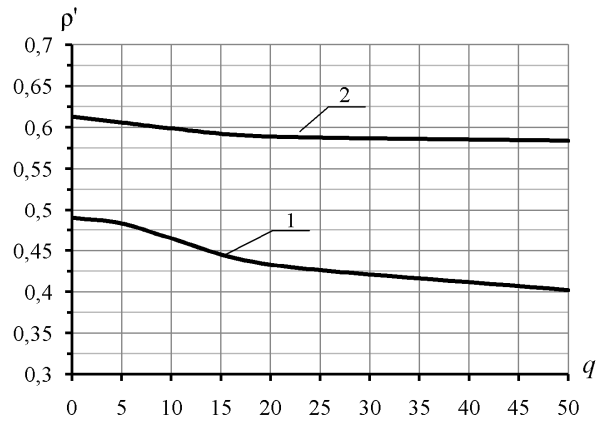


Рис. 2. Зависимость координаты линии разветвления течения  $\rho'$  от параметров  $q$ :  
 1 –  $\rho_2 = 0,2$ ; 2 –  $\rho_2 = 0,4$ ;  $h_1 = 5$  мм;  $h_2 = 3$  мм;  $\alpha = 25^\circ$

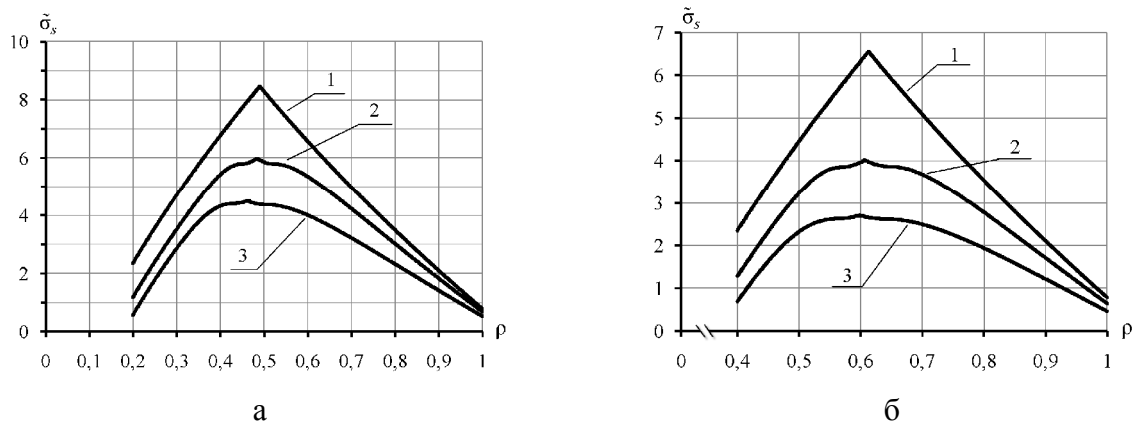


Рис. 3. Изменение давления на контактной поверхности конуса  $\rho_2 = 0,2$  (а) и  $\rho_2 = 0,4$  (б):  
 1 –  $q = 0$ ; 2 –  $q = 5$ ; 3 –  $q = 10$

Линии тока определяются из условия совпадения касательных к ним в данных точках и вектора скорости частиц в тех же точках. В принятой системе координат, если ограничиться рассмотрением поверхности  $v = 0$ , соответствующая система уравнений имеет вид:

$$\frac{dr}{u} = \frac{rdj}{x} \tag{12}$$

Учитывая, что:

$$x = \omega \cdot r = a \cdot \omega_0 \cdot R \cdot c; \quad u = x_0 \frac{R}{2h(c)} \frac{c'^2 - c^2}{c}$$

Из уравнения (12) найдем:

$$dj = \frac{2\sqrt{3} \cdot q \cdot h(c)}{R} \frac{a \cdot c}{c^2 - c'^2} dc \tag{13}$$

Интегрируя (13), получим два уравнения для определения линий тока  $j_1(r)$  и  $j_2(r)$  сверху и снизу от поверхности разветвления течения:

$$j_1(c) = \frac{2\sqrt{3} \cdot q}{R} \int \frac{h(c) \cdot a \cdot c}{c^2 - c'^2} dc;$$

$$\varphi_2(c) = \frac{2\sqrt{3} \cdot q}{R} \int_{c_2}^{c'} \frac{h(c) \cdot a \cdot c}{c'^2 - c^2} dc. \quad (14)$$

Из уравнения (14) следует, что для конического слоя переменной толщины, также как и для случая постоянной толщины [5] линии тока на координатной поверхности  $\zeta, \eta$  представляют однопараметрическое семейство логарифмических спиралей.

Вид линий тока для частного случая показан на рис. 4.

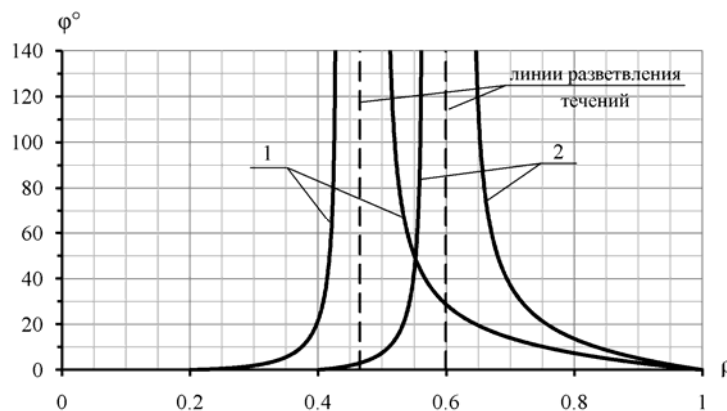


Рис. 4. Линии тока на контактной поверхности:

1 –  $\rho_2 = 0,2$ ; 2 –  $\rho_2 = 0,4$ ;  $q = 10$ ;  $h_1 = 5$  мм;  $h_2 = 3$  мм;  $\alpha = 25^\circ$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 08-08-00407-а, а также в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» № 2.1.2/335.

## ВЫВОДЫ

Установленные закономерности движения деформируемой жесткопластической среды, ограниченной двухсвязной круговой областью, показывают, что за счет изменения кинематических параметров процесса создается возможность управления движением точек обоих контуров области течения с целью достижения их заданных размеров при заданной толщине слоя.

В то же время предлагаемая методика достаточно трудоемка и поэтому для практических расчетов необходима разработка прямых численных методов исследования процессов двухстороннего течения в тонкостенных телах вращения при комбинированном нагружении.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Субич В. Н. Контактное взаимодействие усилий и моментов при штамповке с кручением / В. Н. Субич // Известия вузов. Машиностроение. – 1984. – № 4. – С. 110–114.
2. Субич В. Н. Деформация инструмента при штамповке с кручением / В. Н. Субич // Известия вузов. Машиностроение. – 1989. – № 7. – С. 122–126.
3. Ганаго О. А. Новая технология деформирования заготовок при производстве железнодорожных колес / О. А. Ганаго, М. С. Валетов, М. И. Староселецкий // Кузнечно-штамповочное производство. – 1979. – № 2. – С. 8–11.
4. Штамповка с кручением / В. Н. Субич, Н. А. Шестаков, В. А. Демин, А. В. Власов. – М.: МГИУ, 2008. – 389 с.
5. Субич В. Н. Объемная штамповка с кручением тонкостенных конических деталей / В. Н. Субич, Н. И. Куминова // Известия МГИУ. Естественные и технические науки. – 2009. – № 3 (16). – С. 18–20.

Субич В. Н. – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой МГИУ;  
Куминова Н. И. – аспирант МГИУ.

МГИУ – Московский государственный индустриальный университет, г. Москва, Россия.

E-mail: nkuminova@mail.ru